

Margarita Ochoa
Departamento de Educación
de la Facultad de Ciencias de
la Universidad de Lisboa¹

¿Y si aprendo contigo? Interacciones entre parejas en el aula de matemáticas²

Las interacciones en los grupos, concretamente las interacciones entre parejas, se han reconocido como un factor muy activo en el desarrollo socio-cognitivo, la adquisición de conocimientos y habilidades y el éxito escolar. Los estudios empíricos realizados han puesto en evidencia que la interacción entre parejas es especialmente fructuosa cuando se utiliza en la clase de matemáticas. Presentamos el análisis de dos casos de un proyecto de investigación-acción (de 5^o a 11^o grados) cuyo objetivo principal es fomentar la interacción entre parejas en la clase de matemáticas a fin de conseguir una actitud más positiva hacia las matemáticas, el desarrollo socio-cognitivo de los alumnos y que éstos obtengan éxito sus estudios. El análisis de estos casos subraya la efectividad de la interacción entre parejas de acuerdo con los objetivos previstos.

How about learning together? Peer interactions in the Maths class
Social interactions, namely peer interactions, have been recognized as a facilitator factor for socio-cognitive development, knowledge acquisition, skills acquisition and school achievement. Contextualized studies showed that peer interaction is quite powerful when it is used in Maths classes. We will present the analysis of two cases from a research-action project (5th to 11th grade) which main goals to promote peer interaction in the Maths class in order to implement more positive attitudes towards Mathematics, pupils' socio-cognitive development, and their school achievement. The analysis of these cases underline the effectiveness of peer interaction according to the previous goals.

Marco de referencia teórico

Los problemas del fracaso escolar, especialmente en matemáticas, han preocupado al profesorado, a los psicólogos escolares y a los educadores en general durante las últimas décadas. Sabiendo que ésta es una de las disciplinas más afectadas por el fracaso, urge encontrar medios eficaces de combatirlo y de promover el interés del alumnado por las matemáticas, el gusto por aprenderlas. Además, puesto que el fracaso es un fenómeno complejo y multifactorializado, es importante tener en cuenta las contribuciones que las diferentes ciencias sociales pueden aportar para su comprensión y para el establecimiento de planes de actuación más eficientes.

Desde la década de los setenta Doise, Mugny y Ferret-Clement (1975, 1976) mostraron el papel que las interacciones sociales podían tener en cuanto facilitadoras de desarrollo cognitivo. Lo que hicieron fue, basándose en pruebas psicológicas, pedir a los niños y niñas que las resolviesen por parejas o en grupos pequeños, para verificar si eso promovía su nivel de desarrollo cognitivo. Estos estudios todavía no se realizaban en ambiente escolar, ni se referían a tareas que implicasen contenidos curriculares de matemáticas, pero abrieron una primera puerta

para los que se hicieron posteriormente, una vez que llamaron la atención sobre la importancia de las interacciones sociales, confirmando una dimensión social a la psicología genética.

Posteriormente, con la influencia creciente de Vygotsky, el papel de las interacciones sociales en el desarrollo sociocognitivo y en la construcción del conocimiento se volvió cada vez más determinante, desarrollándose numerosas investigaciones (Doise y Mugny, 1981; Gilly, 1990; Gilly y Roux, 1984; Mugny, 1985; Perret-Clermont, 1976/78), así como una revisión reciente de la literatura (Liverta-Sempio y Marchetti, 1997), y dando origen a los primeros estudios contextualizados, ligados ya a contenidos matemáticos (Branco, Angelina y César, 1995; César, 1994, 1995; Perret-Clermont y Nicollet, 1983; Schbauer-Leoni y Perret-Clermont, 1985; Sternberg y Wagner, 1994). La importancia de los estudios contextualizados es innegable, ya que no se puede transcribir lo que se consigue en un ambiente de laboratorio o de semilaboratorio a lo que ocurre en un aula, donde estamos inmersos en un medio ambiente complejo, regido por reglas propias, donde las interacciones son múltiples y donde existen diversos actores sociales.

La aparición de estudios contextualizados llevó a los investigadores a trabajar conjuntamente con los profesores y profesoras, conjugando perspectivas diferentes de una misma realidad, desarrollando formas de colaboración que pudiesen ser fructíferas para el establecimiento de una gestión del aula que tuviese en cuenta los conocimientos y experiencias de parejas que, durante años, habían trabajado separadamente y sin establecer demasiado diálogo directo. Así, nacieron los proyectos de investigación-acción, que tenían como escenario el aula y eran realizados por equipos multidisciplinarios. Probablemente fue de la conjugación de estas perspectivas diferentes, incluida la centrada en las interacciones sociales, de donde nació mucho de lo que somos capaces de hacer hoy en día.

A medida que la contextualización de los estudios se fue volviendo cada vez más una necesidad, se percibió la importancia que diversos hechos juegan en las realizaciones, en el éxito escolar, en las representaciones sociales y en las actitudes de los alumnos hacia las matemáticas. Comenzamos a tener en cuenta el papel de la situación, de la tarea propuesta, de las instrucciones que se daban para su realización, de los actores implicados, del status social de las parejas, del contrato didáctico. En vez de realizarse la importancia de la relación profesor-alumno, se pasó a considerar la relación didáctica como triádica: profesor-alumno-saber, teniendo cuidado de subrayar que cada uno de ellos corresponde a un vértice de un triángulo, por lo que todos se relacionan entre sí. El saber pasó a ser contemplado como una construcción social mediada por los factores sociocognitivos arriba citados. Así, en la medi-

da en que el saber matemático que se enseña en la escuela es exterior al sujeto y le es preexistente, pero que sólo hay aprendizaje si éste es capaz de interiorizarlo y de darle un significado personal, se vuelven especialmente importantes los procesos que se utilizan en el aula para facilitar el contacto de los alumnos y alumnas con ese saber, posibilitando la deconstrucción del saber existente y su posterior reconstrucción por el sujeto que lo aprende. Y es precisamente en este proceso de apropiación del saber donde las interacciones sociales tienen un papel fundamental.

La importancia de la situación en la que las tareas se realizan fue realzada por diversos autores, que estudiaron realizaciones matemáticas en contextos diferentes: en el aula y en la vida real (Abreu, 1996; Carraher, Carraher y Schliemann, 1983; Rogoff, 1982; Wiestel, 1994). El hecho de que los sujetos fueran capaces de atribuir un significado a la situación en que se encontraban mostró ser un aspecto determinante para la calidad de sus realizaciones. Así, cuando las tareas matemáticas eran resueltas en situaciones de la vida cotidiana, el éxito de los sujetos era alto, lo que no ocurría cuando eran resueltas en un contexto de aula o de entrevista con un investigador, incluso tratándose de tareas semejantes y que hacían uso de conocimientos matemáticos idénticos. Por otro lado, las realizaciones también se veían influidas por las instrucciones de trabajo con que se presentaban las tareas (César, 1998; Nunes, Light y Mason, 1993) y por el status que tenía la pareja que trabajaba en interacción con un niño (Garigatti y Gilly, 1993). Lo que convierte el hecho de aprender y saber utilizar o no la aprendida en algo mucho más complejo.

En todo caso, conviene recordar que, para promover las interacciones entre parejas, no basta con sentar a los niños y niñas de dos en dos, uno al lado del otro. Si pretendemos que dos niños o niñas sean capaces de construir conjuntamente una estrategia de resolución para un determinado problema, tenemos que estudiar detalladamente el modo de funcionamiento de las diadas¹ y de las interacciones entre parejas. Es preciso percibir cómo se construye una intersubjetividad común, cómo se negocian significados y cuál es el papel que estos aspectos tienen en el establecimiento de las interacciones sociales (Wertsch, 1991).

Para estudiar de forma detallada cómo funcionan las diadas y cómo se construye el conocimiento a través de la interacción entre parejas, realizamos diversos estudios (César, 1994, 1995, 1997, 1998). Fue relevante el que los alumnos y alumnas obtenían mejores realizaciones en tareas «no-habituales» (diferentes de las que generalmente se utilizaban en el aula) y también que era este tipo de tareas el que promovía más interacciones entre las parejas. Estos primeros estudios, donde trabajamos en el microanálisis de las interacciones producidas en contexto escolar, nos permitieron comprender los criterios que debemos tener en cuen-

ta cuando participáramos en un proyecto de investigación-acción más amplio, que implicara el trabajo realizado a lo largo de uno o varios años lectivos. Por otro lado, el trabajo en diada se reveló como un importante factor en la promoción de mejores realizaciones y, al contrario de lo que defendía Vygotsky (1962, 1970), esto era cierto tanto para la pareja más competente como para la menos competente -en las diadas asimétricas, y también se verificaba en las diadas simétricas. Esta constatación fue particularmente relevante desde el punto de vista pedagógico pues, para participar en proyectos implementados a lo largo de todo un año lectivo, necesitábamos utilizar procesos que no perjudicasen sistemáticamente a un determinado grupo de alumnos y alumnas.

La puesta en práctica de interacciones entre parejas en el aula de matemáticas, implica cambiar el contrato didáctico usualmente establecido. Schubauer-Leoni y Perret-Clermont (1985) designan por *contrato didáctico* a las reglas implícitas que rigen un aula y que legitiman las expectativas del profesorado y de los alumnos y alumnas que trabajan allí conjuntamente. El contrato didáctico está influido por las representaciones sociales que los diversos actores tienen de la disciplina, de la escuela, de lo que es enseñar, de lo que es aprender. Cuando se pretende promover las interacciones entre iguales en el aula, llevando a los estudiantes a aprender a hacer conjeturas y a defender sus argumentos, es necesario que el contrato didáctico se vuelva más flexible, que los alumnos y alumnas sientan que tienen tiempo para pensar, que sus razonamientos son apreciados, que no es un drama escoger una estrategia de resolución equivocada y después modificarla. Es preciso establecer un contrato didáctico en que las preocupaciones formativas se sobrepongan a las evaluativas, en que los momentos evaluativos sean vividos con menos violencia, porque los alumnos saben que hay todo un recorrido que es tenido en cuenta y no apenas dos o tres momentos puntuales a lo largo del periodo. Así, la relación profesor-alumno-sabe también cambia, apareciendo nuevos modelos de interacción, lo que lleva a prácticas más innovadoras (Elbers, 1996; Järvelä, 1996; Benschaw, 1996).

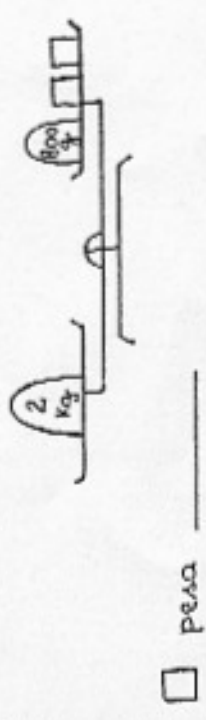
Dos ejemplos de interacciones entre parejas

Caso 1. Papeles diferentes en una interacción equitativa

Problema 3

Ric.: Se sigue escribiendo como lo otro... ahora... 0,8 para llegar a 2 kg... ¡en el papel indica una sustracción!
Ant.: ¡Se necesitan 1 kg y 200!...
Ric.: ¡Se divide!... 2... ¡Vaya, no sé hacer estas cuentas!...
Ant.: Ya tienes 1 kg y 200... ¡Ahora tienes que dividir!

Ric.: ¡Eso da 1/2 kg... y 100! ¡Eso, eso! [Triunfante]
Ant.: ¡Lo que pasa es que 1/2 kg y 100 no se puede decir así!... ¿Qué es 1/2 kg y 100?... tienes que hacer...
Ric.: Es 5... [Largo silencio]
Ant.: Ahora... 600... son 600 gr.
Ric.: Eso, eso.



La primera intervención de Ric. es un proceso para ganar tiempo. Cuando dice *se sigue escribiendo como lo otro* ya no precisa explicar su estrategia de resolución, porque es la misma del problema anterior y ambos la conocen. Eso se ve en la respuesta de Ant., que continúa fácilmente el razonamiento que Ric. había comenzado.

Después vemos que Ric. sabía la operación que debía efectuar, pero que no sabía dividir. Esto produce un momento de duda y su ritmo de resolución disminuye, pero es curioso analizar la actitud que Ant. adopta: él sí que sabía perfectamente hacer aquella división, pero opta por no dar la respuesta y por llevar a Ric. a intentar resolver por él mismo la operación. Esta insistencia es activa y la verbaliza claramente: *¡Vá, vá, vá! 1 kg y 200... ¡Ahora, tienes que dividir!.* El recurso a la expresión de tiempo [ahora] subraya la urgencia de la demanda, pero lleva también implícito que Ant. no le va a resolver aquella cuestión.

Ric. percibe el mensaje implícito y, porque está empeñado en la tarea y en mantener la interacción, se procura una solución para la división. El modo como lo hace es muy interesante. El no sabe dividir 1 kg 200 entre 2. Pero sabe que dividir 1 kg entre 2 da 1/2 kg y que al dividir 200 entre 2, da 100. Por eso dice *eso da 1/2 kg... y 100*. En esta respuesta está claro el esfuerzo que este alumno está haciendo para continuar la resolución de la tarea propuesta, así como el hecho de que trabajar en interacción es muy importante para que él no desista, para que continúe progresando.

Luego, Ant. todavía intenta que Ric. perciba que el resultado no se puede presentar de aquella forma: *¡lo que pasa es que 1/2 kg y 100 no se puede decir así!... ¿Qué es 1/2 kg y 100?... Tienes que hacer...!*. Sin embargo, como Ric. se queda mucho tiempo en silencio, intentando

respuestas que él fuese diciendo. Si Ant. hubiese asumido el papel claro de líder y de más competente, probablemente Ric. se hubiera callado y hubiese dejado de participar. Pero eso no sucede. Ambos asumen un papel activo en la búsqueda de estrategias de resolución, demostrando que han interiorizado claramente las instrucciones que se les dio cuando les fueron propuestas aquellas tareas y aquella forma de trabajo. Así, durante todo el tiempo que dura la interacción ambos están muy implicados en la tarea y consiguen buenas realizaciones. Por otro lado, está claro que Ric. va ganando confianza en sí mismo a medida que transcurre la interacción. De hecho, esta pareja estableció una interacción que se reveló bastante positiva, pues ambos consiguieron descubrir nuevas estrategias de resolución que fueron capaces de volver a utilizar cuando, más tarde, volvieron a trabajar individualmente.

Caso 2. Diferentes estrategias de resolución en una interacción entre parejas—Otra forma de aprender a dos

Problema

Las longitudes de los lados de un triángulo son tres números enteros consecutivos. ¿Cuál es la longitud de cada uno de ellos sabiendo que el perímetro es de 15 cm?

Cat.:
 $15 : 3 = 5$

Cat.: I No da!



Cat. y Est. empiezan a leer y a resolver el problema. Sus estrategias de resolución son diferentes.

Durante ese tiempo, Est. ya había encontrado la solución:

$$x + x + 1 + x + 2 = 15$$

$$x + x + x = 15 - 3$$

$$3x = 12$$

$$x = 12 : 3$$

$$x = 4$$

$$R: 4, 5 y 6.$$

Est. Mira hacia Cat., ve lo que está haciendo e intenta convencerla para que continúe.

Est.: Y ahora, ¿qué puedes hacer?

Cat.: No sé... no puedo ser 5, 5 y 5... No son números consecutivos...

Est.: Sí, pero con que piensas sólo un poquito más... enséñalas descubrir

transformar el _ kg en gramos, -obsérvese que todavía dice es 5... Ant. no consigue aguantar más el tiempo de espera y da la respuesta, que es rápidamente percibida y adaptada por Ric. Esto significa que, en esta fase final, Ant. ya no es capaz de encontrar estrategias de actuación que compensen el hecho de que Ric. es mucho más lento. Sin embargo, la interacción entre ellos no se ve afectada negativamente porque Ric. percibe rápidamente la respuesta y porque Ant., en el problema siguiente, tiene cuidado de volver a hacer que Ric. dé su opinión en primer lugar.

Estos alumnos estaban en el 7º año de escolaridad. Ant. era un excelente alumno de matemáticas y, antes de que empezáramos este trabajo, Ric. las detestaba, habiendo fracasado en esta disciplina desde 5º. Era un alumno que no molestaba en clase, pero tampoco hacía nada de lo que se le proponía. Sin embargo, durante nuestro estudio se mostró siempre dispuesto a colaborar e interesado, lo que asombró a su profesora. Lo que ocurría es que aunque Ric. había intentado mantener su postura de no hacer nada, los problemas que nosotros planteábamos para comenzar eran muy sencillos, seleccionados a propósito para evitar rechazos por parte del alumnado con más dificultades. Así, cuando Ric. nos dijo que no hacía nada porque era «un cero para las matemáticas» le preguntamos si ya había leído el problema, porque seguro que sabía responder. Cuando se dio cuenta que eso era verdad, se quedó tan asombrado y orgulloso con lo que había conseguido hacer que cambió radicalmente su grado de implicación en la resolución de las tareas.

Lo que nos llevó a escogerle como pareja de Ant. fue el diferente tipo de razonamiento y de actitudes frente a las matemáticas de cada uno de ellos. Ric. tenía una excelente intuición matemática, pero muy pocos conocimientos de los contenidos de los años anteriores. Ant. tenía muy buenos conocimientos, pero poca intuición matemática. Ant. estaba convencido de que sabía mucho más que Ric. -desempeñaba el papel de pareja más competente en cuanto a los contenidos- pero Ric. poseía una rapidez de razonamiento y una intuición que le podrían hacer ser la pareja más competente cuando se les confrontara a tareas no-habituales.

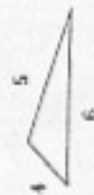
En este ejemplo de interacción vemos que Ant. cuida siempre de dar espacio y tiempo a Ric. Por ejemplo, es Ric. el que sugiere, al principio, que deben usar la misma estrategia de resolución que en el problema anterior (estrategia aritmética), pero por la respuesta que Ant. le da, nos damos cuenta que él había ya pensado en ella. Además, Ant. podía haber asumido fácilmente un liderazgo claro, dejando a Ric. un papel secundario en la interacción como, por ejemplo, limitarse a escribir las

En resumen... está ya casi...

Cat.: ¡No sé continuar... ya intenté tener otras ideas...

Est.: ¿Y si quitases uno de aquí y pusieras uno allí? [Señala los dos lados del triángulo.]

Cat.: [Acepta esta sugerencia y escribe]:



[Entusiasmada, exclama]: ¡Eso es! ¡Da 15!

Después, Est. le explica la estrategia de resolución que había utilizado (ecuación). Cat. escucha. Cuando, en la discusión general, Cat. va al encargo a explicar las estrategias de resolución que su diada había escogido, comienza por la que ella misma utilizó y la ejemplifica rápidamente. Después agrega:

Pero también podemos usar una ecuación. Esto [señala el 5, en el 2º triángulo que dibujó] es X , por tanto esta es $X-1$ [señala el 4] y esta es $X+1$ [señala el 6]. Por tanto:

$X + X - 1 + X + 1 = 15$ [habló el -1 y el +1, diciendo: equitar 1 para luego añadir 1 otra vez es lo mismo que no hacer nada... por eso se tachan... no hace falta que estén allí.]

$$X + X + X = 15$$

$3X = 15$ [Dice: «como, $3 \times 5 = 15$, entonces...»]

$$X = 15 : 3$$

$$X = 5$$

Cat.: Es como la mila, da 4, 5 y 6.

Estas dos alumnas estaban en su 8º año de escolaridad. Como se ve en este ejemplo, no siempre los dos elementos de la diada comienzan discutiendo la estrategia de resolución que van a usar. Aquí, cada una de las alumnas escogió una estrategia diferente y lo hicieron antes de establecer una interacción verbal entre ellas. Cat. utilizó una estrategia aritmética asociada a una representación gráfica, mientras que Est. optó inmediatamente por una estrategia algebraica, recurriendo a una ecuación. La diferencia más notoria en cuanto a sus procedimientos es que Est. se mostró capaz de llegar a la solución, mientras que Cat. reconoció que su solución estaba confundida: «¡No sé... no puede ser 5, 5 y 5... No son números consecutivos...!», pero fue incapaz de encontrar una forma de continuar su estrategia de resolución hasta llegar al resultado. Si pensamos en la teoría piagetiana, esta incapacidad para generar nuevas hipótesis cuando las anteriores fallan es típica del operador concreto, mientras que lo contrario es típico del pensamiento formal.

Así, desde el punto de vista del desarrollo cognitivo, Est. estaba más avanzada que Cat. (también por la estrategia de resolución escogida), y su influencia durante la interacción que establecieron fue esencial para los progresos cognitivos que Cat. va presentando a lo largo del tiempo. Esta era, por tanto, una diada asimétrica tanto en términos de desarrollo cognitivo, como de conocimiento de los contenidos matemáticos. Sin embargo, fueron capaces de interaccionar, lo cual significa que sus diferencias no eran demasiado grandes como para impedirles establecer un diálogo que ambas consiguieron comprender.

Est. comprendió fácilmente la estrategia de resolución de Cat. e intentó que la continuara. Se ve claramente cómo procura motivarla, diciéndole: «Sí, pero con que piensas sólo un poquito más... conseguirías descubrir la respuesta... está ya casi...». La contestación de Cat. es igualmente interesante de analizar, pues revela que ella sabe lo que se espera que haga, es decir, que el contrato dialéctico está bien establecido, pues responde: «¡No sé continuar... ya intenté tener otras ideas...». De otro modo, sabe que no debe desistir ante la primera dificultad, que debe intentar encontrar otras formas de resolución. Así, cuando Est. ve que Cat. no consigue proseguir, le da una sugerencia, que acepta y desarrolla, reconociendo después, con alegría, que ha acertado.

Otra de las reglas del contrato dialéctico, que ambas conocen, es que cualquiera de los elementos de la diada puede ser llamado al encargo durante la discusión general, y que debe de ser capaz de explicar a los colegas el trabajo que la diada realizó. Por tanto, cuando Cat. acabó su estrategia de resolución, Est. tuvo la precaución de explicarle cómo ella misma había resuelto el problema. Le dice que usó una ecuación y el significado de cada una de las variables que escribió. Tuvo también cuidado de explicarle todos los pasos para la resolución de la ecuación, ya que era consciente de que Cat. no sabía resolver ecuaciones. Cat. le escuchó con mucha atención y, a veces, le hace preguntas, o le pide explicaciones adicionales. La profesora oyó el diálogo entre ellas, pero no estaba segura de que Cat. hubiese percibido todo el proceso que Est. le explicó. Por eso, como es habitual hacer en estos casos, llamó a Cat. al encargo para la discusión general.

Cat. comenzó explicando su propia estrategia de resolución, haciéndolo rápidamente y sin ninguna dificultad. Luego añadió que también se podía recurrir a una ecuación pero, en vez de usar las mismas variables que Est. [$X, X+1, X-1$] utilizó su propia representación gráfica y su razonamiento previo para escribir la ecuación, explicando que 5 correspondía a la X , que 4 era $X-1$ y que 6 era $X+1$. Y mientras daba estas explicaciones señalaba el 2º triángulo que había dibujado. También fue capaz de resolver la ecuación que había escrito y, por el modo en

cómo lo hizo, se veía claramente que no había memorizado una resolución, ya que iba hablando en voz alta a medida que pensaba lo que debía de hacer.

La actuación de Cat. cuando fue al encerado durante la discusión general, y las explicaciones que fue dando, son un buen ejemplo de cómo la interacción entre parejas puede ser fructífera para la comprensión de conocimientos matemáticos y para la promoción del desarrollo sociocognitivo del alumnado. Si Cat. hubiese trabajado individualmente, probablemente habría desistido de la tarea. Dicho de otro modo, en ese caso no se hubiera enfrentado a otra forma de resolución -lo que la obligó a un trabajo de descentración- ni hubiera tenido que explicar una estrategia que no era la que ella había escogido y que incluso no dominaba. Este proceso de trabajo proporciona a los alumnos el reto de ser capaces de explicar sus propias estrategias de respuesta, y a aprender otras estrategias de resolución. En este caso, no es sólo Cat. la que progresa, es también Eli, pues también se encuentra enfrentada a estrategias en las que no había pensado, da sugerencias para que su compañera las contine y ha de clarificar los procesos que usa en sus propias estrategias de resolución para conseguir explicárselos a su pareja. Así, la interacción entre parejas se mostró fructífera para ambos alumnos.

Consideraciones finales

Los ejemplos escogidos para este artículo ilustran la utilidad pedagógica que tiene la promoción de interacciones entre parejas en el aprendizaje de conocimientos matemáticos, en la adquisición de destrezas, en la implementación del desarrollo sociocognitivo y en el éxito escolar en esta disciplina.

Cuando cada elemento de la diada se enfrenta con las conjeturas y las argumentaciones de su pareja, se ve obligada a un trabajo de descentración de sus propias explicaciones. Por otro lado, como también ha de explicar sus estrategias de resolución, tiene que clarificarlas para sí misma, lo que le lleva a aprehender de pasos que de otro modo no tomaría en cuenta. Así, el aprendizaje se vuelve más comprensivo y menos mecanizado, lo que permite desarrollar en el alumnado nuevas capacidades.

Por otro lado, la autoestima de los alumnos y alumnas mejora, su actitud hacia las matemáticas se vuelve más positiva, desapareciendo los casos de rechazo abierto hacia esta disciplina, que son frecuentes cuando no se trabaja en proyectos que tengan en cuenta esta dimensión. Los estudiantes aprenden también a respetar a quien está hablando, dejan de tener miedo de explicar sus razonamientos porque se desdramatizan los errores y pasan a formar parte de los pasos que pueden

ocurrir durante el proceso de comprensión de los conocimientos, ganar mucha más capacidad para generar conjeturas y sus respectivas argumentaciones. Son más persistentes en las tareas y construyen una visión de las matemáticas más flexible y abarcable.

Después de tres años de implementación de este proyecto en algunas escuelas, los resultados son francamente alentadores. Aún tenemos algunos alumnos y alumnas con fracasos en matemáticas, pero en número mucho menor que al inicio e, incluso en estos casos, su actitud hacia las matemáticas y su implicación en las aulas mejora considerablemente. Tanto el alumnado como el profesorado resaltaron el buen clima de aula cuando hicieron la evaluación del proyecto y en ambos casos afirmaron que les gustaba continuar trabajando en diada los años siguientes, caso de que pudieran escoger. Nos parece especialmente importante el hecho de haber conseguido promover el desarrollo sociocognitivo y la comprensión de conocimientos matemáticos tanto en las parejas menos competentes como en las más competentes. En una escuela con alumnos y alumnas cada vez más heterogéneos y donde se quiere una escuela para todos, nos parece que esta forma de trabajo -que facilita las interacciones entre iguales, el respeto mutuo y el desarrollo de las capacidades de cada cual- ofrece toda el interés para ser explorada.

Notas

1. Los datos presentados en este artículo forman parte del proyecto *Altearación y Conocimiento*, apoyada por el I.E. -Instituto de Investigación Educativa, medida SICE 2, durante los años lectivos 1996/97 y 1997/98.
2. Agradecemos la colaboración y el interés de los alumnos y alumnas de las escuelas *Avelar Brainero* (Olivópolis), *Baronesa de Alorna* (Macería) y *Secundaria de Linda-A-Velha*, que trabajaron con nosotros los cursos 1995/96 y 1997/98.
3. M. de la T.: empleamos «diada» con el significado de «grupo de dos personas, y «pareja» con el de cada uno de los dos componentes de la diada.

Referencias bibliográficas

- ALIBEU, G. (1990): «Contextos socio-culturales y aprendizaje matemático pelas crianças en Odivante», vol. 9, n.º 2, pp. 7-21.
- BARROCO, J.; ARIGUEIRO, M.; CESAR, M. (1985): *Enfuro retrospectivo - Trabalho em diade vs. individual*. Actas da Proibat 95, Lisboa: Associação de Professores de Matemática, pp. 175-181.
- CARRASHER, E.; CARRASHER, D.; SCHULDBACH, A. (1988): *Go with me, Go Evenly*. Zero, São Paulo, Cortez Editora.

- CARUGATI, F.; GILLY, M. (1993): *The multiple sides of the same tool: Cognitive development as a matter of social constructions and meanings*. European Journal of Psychology of Education, vol. VIII, n. 4, pp. 345-354.
- CESSAR, M. (1994): «Factores psico-sociales e equívocos en Actos do Professor 94», Lisboa, APM, pp. 82-92.
- CESSAR, M. (1995): «Interacção entre pares e resolução de tarefas matemáticas em Actos do VI Seminário de Investigação em Educação Matemática», Lisboa, APM, pp. 225-246.
- CESSAR, M. (1997): «Students interactions in the maths class» en CEASE4 49 Proceedings Book. [Impressa]
- CESSAR, M. (1998): *O papel da interacção entre pares na resolução de tarefas matemáticas*. Lisboa, Instituto Piaget. (in press). Col. Horizontes Pedagógicos, n. 23.
- DOISE, W.; MUGNY, G.; PERRET-CLERMONT, A.N. (1975): «Social interaction and the development of cognitive operations en European Journal of Social Psychology vol. 5, n. 3, pp. 367-383.
- DOISE, W.; MUGNY, G.; PERRET-CLERMONT, A.N. (1976): «Social interaction and cognitive development: further evidence en European Journal of Social Psychology vol. 6, n. 2, pp. 245-247.
- DOISE, W.; MUGNY, G. (1981): *Le Développement Social de l'Intelligence*. Paris, Inter Editions.
- ELBERS, E. (1996): «Cooperation and Social Context in Adult-Child Interactions en Learning and Instruction, 6, 4, 281-288.
- GILLY, M. (1990): «Adaptation des psychosocios des constructions cognitives: perspectives de recherche à l'École» en G. MERTHELE, G. BERNARDI (Eds): *Développement et fonctionnement cognitif chez l'enfant*. Paris, PUF, cap. 10, pp. 210-222.
- GILLY, M.; ROUX, J.P. (1984): «Effet de la Comparaison du Travail Individuel et du Travail en Interaction Socio-Cognitive dans l'Apprentissage et la Maîtrise en Géométrie des Régions de la Résolution chez des Enfants de 11-12 Ans» en *Cahiers de Psychologie Cognitive*, vol. 5, n. 2, pp. 171-188.
- JÄRVELÄ, S. (1996): «New models of teacher-student interaction: A critical review» en *European Journal of Psychology of Education*, vol. XI, n. 3, pp. 249-268.
- LIVERIA-SERAPIO, O.; MARCHETTI, A. (1997): «Cognitive development and theories of mind: Towards a contextual approach en European Journal of Psychology of Education, vol. XII, n. 1, pp. 3-22.
- MUGNY, G. (1985): *Psychologie Sociale du Développement Cognitif*. Berna, Peter Lang.
- MUGNY, G.; DOISE, W.; PERRET-CLERMONT, A.N. (1976): «Conflicts de centralization et progrès cognitifs en Bulletin de Psychologie, vol. 29, n. 321, pp. 193-206.
- MUMES, T.; UNGHI, P.; MASSON, J. (1993): «Skills for thinking: the measurement of logic and areas en Learning and Instruction, vol. 3, n. 1, pp. 39-54.
- PERRET-CLERMONT, A.N. (1976/77): *Desenvolvimento do Intelecto e Interação Social*. Lisboa, Instituto Piaget. (Trad. da tese de Doutoramento, efectuada em 1976, na Universidade Geneve).
- PERRET-CLERMONT, A.N.; MUGNY, G. (1980): *Intelligence et Conscience - Essais et réflexions sociales dans le développement cognitif*. Fribourg, DelVal.
- RENSHAW, P.D. (1996): «Commentary on Adult-Child Interaction: Can we move beyond traditional binaries?» en *Learning and Instruction*, vol. 6, n. 4, pp. 399-404.
- ROGOFF, B. (1992): «Integrating context and cognitive development» en M. E. Lamb (ed.): *Advances in developmental psychology*. Hillsdale, New York, Erlbaum, vol. 2, pp. 125-129.
- SCHUBAUER-LEON, M.L.; PERRET-CLERMONT, A.N. (1985): «Interactions sociales dans l'apprentissage de connaissances mathématiques chez l'enfant en G. MUGNY (ed.): *Psychologie sociale du développement cognitif*. Berna, Peter Lang, cap. 11, pp. 225-258.
- STERNBERG, R.; WAGNER, R. (1994): *Mind in context: Interactionist perspectives on human intelligence*. Cambridge, Cambridge University Press.
- WIGOTSKY, L.S. (1962): *Thinking and language*. Cambridge MA, MIT Press.
- WIGOTSKY, L.S. (1978): *Mind and Society*. Cambridge MA, Harvard University Press.
- WERTSCH, J.V. (1991): *Voices of mind: A sociocultural approach to mediated action*. Hemel Hempstead, Harvester Wheatsheaf.
- WISTEDT, I. (1994): «Everyday common sense and school mathematics en European Journal of Psychology of Education, vol. 9, n. 1, pp. 139-147.

Referência de la autora

Margarida César, Departamento de Educação, F.C.U.L. Edifício C1 - Campo Grande, 1700 Lisboa, Portugal Tel.: 013511/17573141 ext. 1108

Línea de trabalho: psicologia social genérica para estudar a importância de las interacciones sociales en el desarrollo socio-cognitivo de los alumnos, especialmente en clases de matemáticas.